EEM208 Olasılık ve Rastgele Süreçler
Ders 2

Başak Esin KÖKTÜRK GÜZEL

February 18, 2020

Olasılık Aksiyomları

Bir deney tam olarak aynı koşullar altında sürekli olarak tekrarlanırsa o zaman herhangi bir E olayı için, içinde E'nin bulunduğu sonucun oranı tekrarların sayısı arttıkça sabit bir değer yaklaşır. Bu değere E olayının olma olasılığı denir ve $P(E)$ ile gösterilir. Olasılık Kuramının aksiyomları şu şekilde tanımlanır.

Olasılık Aksiyomları

Bir deney tam olarak aynı koşullar altında sürekli olarak tekrarlanırsa o zaman herhangi bir E olayı için, içinde E'nin bulunduğu sonucun oranı tekrarların sayısı arttıkça sabit bir değer yaklaşır. Bu değere E olayının olma olasılığı denir ve $P(E)$ ile gösterilir. Olasılık Kuramının aksiyomları şu şekilde tanımlanır.

- Aksiyom 1:

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

Olasılık Aksiyomları

Bir deney tam olarak aynı koşullar altında sürekli olarak tekrarlanırsa o zaman herhangi bir E olayı için, içinde E'nin bulunduğu sonucun oranı tekrarların sayısı arttıkça sabit bir değer yaklaşır. Bu değere E olayının olma olasılığı denir ve $P(E)$ ile gösterilir. Olasılık Kuramının aksiyomları şu şekilde tanımlanır.

- Aksiyom 1:

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

- Aksiyom 2:

$$P(S) = 1$$

- Aksiyom 3:
  Eğer A ve B kümeleri ayrık iki olayı ifade ediyorsa, bu iki olayın birleşiminin olasılığı

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

  Bu aksiyomu sonsuz sayıda ayrık kümeye genişletebiliriz.

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)$$

Örnek

İki tane adil zar attınız bu iki zarın toplamının 6 gelme olasılığı kaçtır?

Örnek

İki tane adil zar attınız bu iki zarın toplamının 6 gelme olasılığı kaçtır?

- Örnek uzayımız $\{(i, j) | 1 \leq i, j \leq 6\}$ kümesidir ve toplam 36 farklı olay olabilir.

Örnek

İki tane adil zar attınız bu iki zarın toplamının 6 gelme olasılığı kaçtır?

- Örnek uzayımız $\{(i, j) | 1 \leq i, j \leq 6\}$ kümesidir ve toplam 36 farklı olay olabilir.
- İki zarın toplamını 6 yapabilmek için gelebilecek zar kombinasyonları nelerdir. Olay kümemizi yazalım.

Örnek

İki tane adil zar attınız bu iki zarın toplamının 6 gelme olasılığı kaçtır?

- Örnek uzayımız $\{(i, j) | 1 \leq i, j \leq 6\}$ kümesidir ve toplam 36 farklı olay olabilir.
- İki zarın toplamını 6 yapabilmek için gelebilecek zar kombinasyonları nelerdir. Olay kümemizi yazalım.
- $\{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$

Örnek

İki tane adil zar attınız bu iki zarın toplamının 6 gelme olasılığı kaçtır?

- Örnek uzayımız $\{(i,j)|1 \leq i,j \leq 6\}$ kümesidir ve toplam 36 farklı olay olabilir.
- İki zarın toplamını 6 yapabilmek için gelebilecek zar kombinasyonları nelerdir. Olay kümemizi yazalım.
- $\{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$
- Aksiyom 3'den yararlanırsak bizim olasılığımız $P(E) = 5/36$

Örnek

İki tane adil zar attınız bu iki zarın toplamının 6 gelme olasılığı kaçtır?

- Örnek uzayımız $\{(i,j)|1 \leq i,j \leq 6\}$ kümesidir ve toplam 36 farklı olay olabilir.
- İki zarın toplamını 6 yapabilmek için gelebilecek zar kombinasyonları nelerdir. Olay kümemizi yazalım.
- $\{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$
- Aksiyom 3'den yararlanırsak bizim olasılığımız $P(E) = 5/36$

Bu soru tüm sonuçların eşit olasılıkla gerçekleştiği **uniform dağılım (uniform distribution)** örneğidir.

Olasılık Kuramının Özellikleri

Bütün özellikler bir kümeyi ayrık bölütlere ayırıp olasılık kuramının aksiyomlarını kullanarak ispatlanabilir.

Olasılık Kuramının Özellikleri

Bütün özellikler bir kümeyi ayrık bölütlere ayırıp olasılık kuramının aksiyomlarını kullanarak ispatlanabilir.

- **Özellik 1:** Eğer $A \subset B$ ise $P(A) \leq P(B)$

Olasılık Kuramının Özellikleri

Bütün özellikler bir kümeyi ayrık bölütlere ayırıp olasılık kuramının aksiyomlarını kullanarak ispatlanabilir.

- **Özellik 1:** Eğer $A \subset B$ ise $P(A) \leq P(B)$ dir.
  - $B = A \cup (B \setminus A)$ şeklinde yazılabilir ve A kümesi ile $(B \setminus A)$ kümesi birbirlerinden ayrık kümelerdir.

Olasılık Kuramının Özellikleri

Bütün özellikler bir kümeyi ayrık bölütlere ayırıp olasılık kuramının aksiyomlarını kullanarak ispatlanabilir.

- **Özellik 1:** Eğer $A \subset B$ ise $P(A) \leq P(B)$ dir.
  - $B = A \cup (B \setminus A)$ şeklinde yazılabilir ve A kümesi ile $(B \setminus A)$ kümesi birbirlerinden ayrık kümelerdir.
  - Bu durumda $P(B) = P(A) + P(B \setminus A)$ şeklinde yazabiliriz ve bu olasılık her zaman $P(A)$ dan büyük ya da eşittir. Çünkü $P(B \setminus A)$ negatif olamaz.
- **Özellik 2:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Olasılık Kuramının Özellikleri

Bütün özellikler bir kümeyi ayrık bölütlere ayırıp olasılık kuramının aksiyomlarını kullanarak ispatlanabilir.

- **Özellik 1:** Eğer $A \subset B$ ise $P(A) \leq P(B)$ dir.
    - $B = A \cup (B \setminus A)$ şeklinde yazılabilir ve A kümesi ile $(B \setminus A)$ kümesi birbirlerinden ayrık kümelerdir.
    - Bu durumda $P(B) = P(A) + P(B \setminus A)$ şeklinde yazabiliriz ve bu olasılık her zaman $P(A)$ dan büyük ya da eşittir. Çünkü $P(B \setminus A)$ negatif olamaz.
- **Özellik 2:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
    - $A \cup B = (A \setminus B) \cup B$

Olasılık Kuramının Özellikleri

Bütün özellikler bir kümeyi ayrık bölütlere ayırıp olasılık kuramının aksiyomlarını kullanarak ispatlanabilir.

- **Özellik 1:** Eğer $A \subset B$ ise $P(A) \leq P(B)$ dir.
  - $B = A \cup (B \setminus A)$ şeklinde yazılabilir ve A kümesi ile $(B \setminus A)$ kümesi birbirlerinden ayrık kümelerdir.
  - Bu durumda $P(B) = P(A) + P(B \setminus A)$ şeklinde yazabiliriz ve bu olasılık her zaman $P(A)$ dan büyük ya da eşittir. Çünkü $P(B \setminus A)$ negatif olamaz.
- **Özellik 2:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
  - $A \cup B = (A \setminus B) \cup B$
  - $P(A \cup B) = P(A \setminus B) + P(B)$

Olasılık Kuramının Özellikleri

Bütün özellikler bir kümeyi ayrık bölütlere ayırıp olasılık kuramının aksiyomlarını kullanarak ispatlanabilir.

- **Özellik 1:** Eğer $A \subset B$ ise $P(A) \leq P(B)$ dir.
  - $B = A \cup (B \setminus A)$ şeklinde yazılabilir ve A kümesi ile $(B \setminus A)$ kümesi birbirlerinden ayrık kümelerdir.
  - Bu durumda $P(B) = P(A) + P(B \setminus A)$ şeklinde yazabiliriz ve bu olasılık her zaman $P(A)$ dan büyük ya da eşittir. Çünkü $P(B \setminus A)$ negatif olamaz.
- **Özellik 2:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
  - $A \cup B = (A \setminus B) \cup B$
  - $P(A \cup B) = P(A \setminus B) + P(B)$
  - $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$

Olasılık Kuramının Özellikleri

Bütün özellikler bir kümeyi ayrık bölütlere ayırıp olasılık kuramının aksiyomlarını kullanarak ispatlanabilir.

- **Özellik 1:** Eğer $A \subset B$ ise $P(A) \leq P(B)$ dir.
    - $B = A \cup (B \setminus A)$ şeklinde yazılabilir ve A kümesi ile $(B \setminus A)$ kümesi birbirlerinden ayrık kümelerdir.
    - Bu durumda $P(B) = P(A) + P(B \setminus A)$ şeklinde yazabiliriz ve bu olasılık her zaman $P(A)$ dan büyük ya da eşittir. Çünkü $P(B \setminus A)$ negatif olamaz.
- **Özellik 2:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
    - $A \cup B = (A \setminus B) \cup B$
    - $P(A \cup B) = P(A \setminus B) + P(B)$
    - $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$
    - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Olasılık Kuramının Özellikleri

Bütün özellikler bir kümeyi ayrık bölütlere ayırıp olasılık kuramının aksiyomlarını kullanarak ispatlanabilir.

- **Özellik 1:** Eğer $A \subset B$ ise $P(A) \leq P(B)$ dir.
  - $B = A \cup (B \setminus A)$ şeklinde yazılabilir ve A kümesi ile $(B \setminus A)$ kümesi birbirlerinden ayrık kümelerdir.
  - Bu durumda $P(B) = P(A) + P(B \setminus A)$ şeklinde yazabiliriz ve bu olasılık her zaman $P(A)$ dan büyük ya da eşittir. Çünkü $P(B \setminus A)$ negatif olamaz.
- **Özellik 2:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
  - $A \cup B = (A \setminus B) \cup B$
  - $P(A \cup B) = P(A \setminus B) + P(B)$
  - $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$
  - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Olasılık Kuramının Özellikleri

- **Özellik 3:** $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$

Olasılık Kuramının Özellikleri

- **Özellik 3:** $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$
- **Özellik 4:** $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(A^C \cap B) + P(A^C \cup B^C \cup C)$

Ispatları Ödev!

Alice ve BoB ayrı ayrı iki adil madeni parayı havaya atıyorlar. Alice'in parasının yazı gelme olayını E_A ile, Bob'un parasının yazının gelme olayını E_B ile tanımlayalım.

- $P(E_A) = ?$

Alice ve BoB ayrı ayrı iki adil madeni parayı havaya atıyorlar. Alice'in parasının yazı gelme olayını E_A ile, Bob'un parasının yazının gelme olayını E_B ile tanımlayalım.

- $P(E_A) =? \rightarrow \quad P(E_A) = 1/2$
- $P(E_B) =?$

Alice ve BoB ayrı ayrı iki adil madeni parayı havaya atıyorlar. Alice'in parasının yazı gelme olayını E_A ile, Bob'un parasının yazının gelme olayını E_B ile tanımlayalım.

- $P(E_A) =? \rightarrow \quad P(E_A) = 1/2$
- $P(E_B) =? \rightarrow \quad P(E_B) = 1/2$
- $P(E_A \cup E_B) =?$

Alice ve BoB ayrı ayrı iki adil madeni parayı havaya atıyorlar. Alice'in parasının yazı gelme olayını E_A ile, Bob'un parasının yazının gelme olayını E_B ile tanımlayalım.

- $P(E_A) =? \rightarrow \quad P(E_A) = 1/2$
- $P(E_B) =? \rightarrow \quad P(E_B) = 1/2$
- $P(E_A \cup E_B) =? \rightarrow \quad P(E_A \cup E_B) = P(E_A) + P(E_B) = 1$

Bu durumda ikisinden birisinin yazı gelme olasılığı 1. Yani kesinlikle Alice ya da Bob'un parasından en az bir tanesi yazı olacak.

Alice ve BoB ayrı ayrı iki adil madeni parayı havaya atıyorlar. Alice'in parasının yazı gelme olayını E_A ile, Bob'un parasının yazının gelme olayını E_B ile tanımlayalım.

- $P(E_A) =? \rightarrow \quad P(E_A) = 1/2$
- $P(E_B) =? \rightarrow \quad P(E_B) = 1/2$
- $P(E_A \cup E_B) =? \rightarrow \quad P(E_A \cup E_B) = P(E_A) + P(E_B) = 1$

Bu durumda ikisinden birisinin yazı gelme olasılığı 1. Yani kesinlikle Alice ya da Bob'un parasından en az bir tanesi yazı olacak.
İkisi de tura gelemez mi?

- Bu iki olay birbirinden bağımsız mıdır?

- Bu iki olay birbirinden bağımsız mıdır? Ayrık mıdır?
- İki olayı birlikte düşündüğümüz zaman örnek uzayımız $S = \{HH, HT, TH, TT\}$ oluyor bu durumda $E_A = HH, HT$ ve $E_B = \{TH, HH\}$

- Bu iki olay birbirinden bağımsız mıdır? Ayrık mıdır?
- İki olayı birlikte düşündüğümüz zaman örnek uzayımız $S = \{HH, HT, TH, TT\}$ oluyor bu durumda $E_A = HH, HT$ ve $E_B = \{TH, HH\}$
- Aslında birleşim kümesi $P(E_A \cup E_B) = P(E_A) + P(E_B) - P(E_A \cap E_B)$

- Bu iki olay birbirinden bağımsız mıdır? Ayrık mıdır?
- İki olayı birlikte düşündüğümüz zaman örnek uzayımız $S = \{HH, HT, TH, TT\}$ oluyor bu durumda $E_A = HH, HT$ ve $E_B = \{TH, HH\}$
- Aslında birleşim kümesi $P(E_A \cup E_B) = P(E_A) + P(E_B) - P(E_A \cap E_B)$

İki olayın birbirinden bağımsız olduğu ayrık olduğu anlamına gelmez!

Koşullu Olasılık

Orjinal Problemimiz:

- Bir A olayının olasılığı nedir? Örn: Bir zar attığımızda 4'ten küçük gelme olasılığı?
- $P(A)$

Koşullu Olasılık

Orjinal Problemimiz:

- Bir A olayının olasılığı nedir? Örn: Bir zar attığımızda 4'ten küçük gelme olasılığı?
- $P(A)$

Yeni Problemimiz:

- Bir B olayı olduğunda A olayının olma olasılığı nedir? Örn: Atılan zarın tek geldiği bilindiğine göre, zaruın 4'ten küçük olma olasılığı nedir?

Koşullu Olasılık

Orjinal Problemimiz:

- Bir A olayının olasılığı nedir? Örn: Bir zar attığımızda 4'ten küçük gelme olasılığı?
- $P(A)$

Yeni Problemimiz:

- Bir B olayı olduğunda A olayının olma olasılığı nedir? Örn: Atılan zarın tek geldiği bilindiğine göre, zaruın 4'ten küçük olma olasılığı nedir?
- Bu olasılığı B olayının gerçekleştiğinde A'nın olmasının **koşullu olasılığı** şeklinde tanımlarız.

Koşullu Olasılık

Orjinal Problemimiz:

- Bir A olayının olasılığı nedir? Örn: Bir zar attığımızda 4'ten küçük gelme olasılığı?
- $P(A)$

Yeni Problemimiz:

- Bir B olayı olduğunda A olayının olma olasılığı nedir? Örn: Atılan zarın tek geldiği bilindiğine göre, zaruın 4'ten küçük olma olasılığı nedir?
- Bu olasılığı B olayının gerçekleştiğinde A'nın olmasının **koşullu olasılığı** şeklinde tanımlarız.
- $P(A|B)$ şeklinde gösterilir.

Koşullu Olasılık

Orjinal Problemimiz:

- Bir A olayının olasılığı nedir? Örn: Bir zar attığımızda 4'ten küçük gelme olasılığı?
- $P(A)$

Yeni Problemimiz:

- Bir B olayı olduğunda A olayının olma olasılığı nedir? Örn: Atılan zarın tek geldiği bilindiğine göre, zaruın 4'ten küçük olma olasılığı nedir?
- Bu olasılığı B olayının gerçekleştiğinde A'nın olmasının **koşullu olasılığı** şeklinde tanımlarız.
- $P(A|B)$ şeklinde gösterilir.
- Koşullu olasılığımız hala birşeylerin olasılığı şeklinde tanımlandığı için olasılık kuramının aksiyom ve özelliklerini sağlar.

Koşullu Olasılık

Orjinal Problemimiz:

- Bir A olayının olasılığı nedir? Örn: Bir zar attığımızda 4'ten küçük gelme olasılığı?
- $P(A)$

Yeni Problemimiz:

- Bir B olayı olduğunda A olayının olma olasılığı nedir? Örn: Atılan zarın tek geldiği bilindiğine göre, zaruın 4'ten küçük olma olasılığı nedir?
- Bu olasılığı B olayının gerçekleştiğinde A'nın olmasının **koşullu olasılığı** şeklinde tanımlarız.
- $P(A|B)$ şeklinde gösterilir.
- Koşullu olasılığımız hala birşeylerin olasılığı şeklinde tanımlandığı için olasılık kuramının aksiyom ve özelliklerini sağlar.

Koşullu Olasılık

6 yüzlü adil bir zarın atıldığını düşünün.
E_A :"Zarın 1 gelmesi"

- $P(A) = ?$

Koşullu Olasılık

6 yüzlü adil bir zarın atıldığını düşünün.
E_A :"Zarın 1 gelmesi"

- $P(A) = ?$
- Şimdi gelen sayının tek olduğunu biliyoruz.

6 yüzlü adil bir zarın atıldığını düşünün.
E_A :"Zarın 1 gelmesi"

- $P(A) = ?$
- Şimdi gelen sayının tek olduğunu biliyoruz.
- B kümesi nedir?

Koşullu Olasılık

6 yüzlü adil bir zarın atıldığını düşünün.
E_A :"Zarın 1 gelmesi"

- $P(A) = ?$
- Şimdi gelen sayının tek olduğunu biliyoruz.
- B kümesi nedir?
- $P(A|B)$ nedir?

- Bizim örnek uzayımız artık $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ yerine $S_B = \{1, 3, 5\}$ oldu.

- Bizim örnek uzayımız artık $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ yerine $S_B = \{1, 3, 5\}$ oldu.
- Zarın tüm yüzlerinin gelme olasılığı eşit olduğu için $P(A|B) = 1/3$.

Eğer bütün olayların oluşma olasılığı eşit ise,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Koşullu olasılık sadece $P(B) > 0$ durumunda geçerlidir.

Koşullu Olasılığın Aksiyomları

- Aksiyom 1:

$$0 \leq P(A|B) \leq 1$$

Koşullu Olasılığın Aksiyomları

- Aksiyom 1:

$$0 \leq P(A|B) \leq 1$$

- Aksiyom 2: Yeni evrensel kümemiz artık B, o nedenle

$$P(B|B) = 1$$

Koşullu Olasılığın Aksiyomları

- Aksiyom 1:

$$0 \leq P(A|B) \leq 1$$

- Aksiyom 2: Yeni evrensel kümemiz artık B, o nedenle

$$P(B|B) = 1$$

- Aksiyom 3:
  Eğer A_1 ve A_2 kümeleri ayrık iki olayı ifade ediyorsa,

$$P(A_1 \cup A_2|B) = P(A_1|B) + P(A_2|B)$$

Koşullu Olasılığın Aksiyomları

- Aksiyom 1:

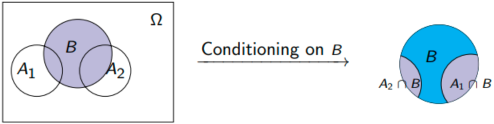
$$0 \leq P(A|B) \leq 1$$

- Aksiyom 2: Yeni evrensel kümemiz artık B, o nedenle

$$P(B|B) = 1$$

- Aksiyom 3:
  Eğer A_1 ve A_2 kümeleri ayrık iki olayı ifade ediyorsa,

$$P(A_1 \cup A_2|B) = P(A_1|B) + P(A_2|B)$$



$$
\begin{aligned}
P(A_1 \cup A_2 | B) &= \frac{P((A_1 \cup A_2) \cap B)}{P(B)} \\
&= \frac{P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B)}{P(B)} \\
&= P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B)
\end{aligned}
$$

Koşullu olasılığın özellikleri

Eğer $P(B) > 0$ ise,

- $i = \{1, 2, \dots, n\}$ için A_i kümeleri ayrık kümeler ise,

$$P(\cup_{i=1}^{n} A_i | B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i | B)$$

Koşullu olasılığın özellikleri

Eğer $P(B) > 0$ ise,

- $i = \{1, 2, \dots, n\}$ için A_i kümeleri ayrık kümeler ise,

$$P(\cup_{i=1}^{n} A_i | B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i | B)$$

- Eğer $A_1 \subset A_2$ ise $P(A_1|B) \leq P(A_2|B)$ dir.

Koşullu olasılığın özellikleri

Eğer $P(B) > 0$ ise,

- $i = \{1, 2, \ldots, n\}$ için A_i kümeleri ayrık kümeler ise,

$$P(\cup_{i=1}^{n} A_i | B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i | B)$$

- Eğer $A_1 \subset A_2$ ise $P(A_1|B) \leq P(A_2|B)$ dir.
- $P(A_1 \cup A_2|B) = P(A_1|B) + P(A_2|B) - P(A_1 \cap A_2|B)$

Koşullu olasılığın özellikleri

Eğer $P(B) > 0$ ise,

- $i = \{1, 2, \ldots, n\}$ için A_i kümeleri ayrık kümeler ise,

$$P(\cup_{i=1}^{n} A_i | B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i|B)$$

- Eğer $A_1 \subset A_2$ ise $P(A_1|B) \leq P(A_2|B)$ dir.
- $P(A_1 \cup A_2|B) = P(A_1|B) + P(A_2|B) - P(A_1 \cap A_2|B)$
-

$$\begin{aligned} P(A_1 \cup A_2|B) &\leq P(A_1|B) + P(A_2|B) \\ P(\cup_{i=1}^{n} A_i|B) &\leq \sum_{i=1}^{n} P(A_i|B) \end{aligned}$$

Soru

Ali bir şemsiye üreticisi şirket için çalışıyor ve günde 10 dan fazla şemsiye satarsa ekstra prim alıyor.

- Eğer yağmur yağarsa, o gün 10 dan fazla şemsiye satma olasılığı 0.8.
- Eğer yağmur yağmazsa, 10 şemsiyeden fazla satma olasılığı 0.25.
- Yarın yağmur yağma olasılığı 0.1.
- Ali'nin yarın yağmur yağmaması halinde ekstra prim kazanma olasılığı nedir?

Çarpma Kuralı

$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$ olduğunu biliyoruz. $P(A \cap B \cap C)$ nedir?

$$R = B \cap C$$

olsun.

$$\begin{aligned} P(A \cap B \cap C) &= P(A \cap R) \\ &= P(A|R)P(R) \\ &= P(A|B \cap C)P(B \cap C) \\ &= P(A|B \cap C)P(B|C)P(C) \end{aligned}$$

Tümevarım yöntemi ile çarpma kuralını n sayıda kümeye genişletebiliriz.

$$P(\cap_{i=1}^{n} A_i) = P(A_1|A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_n)P(A_2|A_3 \cap \ldots \cap A_n) \ldots P(A_{n-1}|A_n)P(A_n)$$

Soru

Ali'nin şemsiye problemine geri dönersek, Ali'nin dün ekstra prim aldığını biliyorsak dün yağmur yağmış olma olasılığı nedir?

Soru

Bayan Perez, şirketinin İstanbul'da ofis açma olasılığının %25 olduğunu tesbit eder. Eğer şirketinin İstanbul'a ofis açması durumunda Bayan Perez müdür İstanbul ofisinin müdürü olacağından %60 emindir. Bayan Perez'in İstanbul ofisinin müdürü olma olasılığı nedir?

Soru

Jones'un çalıştığı organizasyon, en az bir oğlu olan işçiler için baba-oğul yemeği düzenlemektedir. Bu işçilerden her biri en genç oğlu ile birlikte yemeğe katılacaklardır. Eğer Jones'un iki çocuğu olduğu biliniyorsa ve Jones yemeğe davet edildiği bilgisi verildiyse iki çocuğunun da erkek olma olasılığı nedir?

Soru

Muslera'nın her maçta kaleci olarak sahaya çıkma ihtimali o maçta kimin koçluk yaptığına göre değişiyor. Eğer Ersun koçluk yaparsa, Muslera'nın o maç kaleci olarak sahaya çıkma olasılığı 0.5. Eğer Fatih koçluk yaparsa, kaleci olarak çıkma olasılığı 0.3.

Ersun'un her 10 maçın 6 sında koçluk yaptığı bilindiğine göre Muslera'nın bugün kaleci olma olasılığı nedir?

Soru

Bir doğrultucu devresinin bozulmadan önce t saat dayanma olasılığı $e^{-\alpha t^2}$ dir. Bu doğrultucunun verilen bir T anında çalıştığı bilindiğine göre, T anından daha ileriki zaman dilimi olan t_1 ve t_2 zaman aralığında bozulma olasılığı nedir?