EEM208 Olasılık ve Rastgele Süreçler
Ders 1

Başak Esin KÖKTÜRK GÜZEL

February 11, 2020

Olasılık Nedir?

- "Eğer bir madeni parayı atarsam yazı gelme olasılığı 0.5 tir?"
- Peki bu ne demek?

Olasılık Nedir?

- "Eğer bir madeni parayı atarsam yazı gelme olasılığı 0.5 tir?"
- Peki bu ne demek?
- Eğer bir madeni parayı 10 kere havaya atarsam, yaklaşık 5 kere yazı görürüm.

Olasılık Nedir?

- "Eğer bir madeni parayı atarsam yazı gelme olasılığı 0.5 tir?"
- Peki bu ne demek?
- Eğer bir madeni parayı 10 kere havaya atarsam, yaklaşık 5 kere yazı görürüm.

Olasılığın bir olması kesinlikle yazı geleceğini, olasılığın sıfır olması ise yazı gelmesinin imkansız olduğunu söyler.

Deney (Experiment) ve Olay (Event)

Deney A (E_A) : Bir madeni parayı iki kere atalım.

Deney (Experiment) ve Olay (Event)

Deney A (E_A) : Bir madeni parayı iki kere atalım.

Olay 1 (ζ_1): 2 kere yazı gelmesi

Deney (Experiment) ve Olay (Event)

Deney A (E_A) : Bir madeni parayı iki kere atalım.

Olay 1 (ζ_1): 2 kere yazı gelmesi

Olay 2 (ζ_2): Madeni paranın 2 farklı yüzünün gelmesi

Deney (Experiment) ve Olay (Event)

Deney A (E_A) : Bir madeni parayı iki kere atalım.

Olay 1 (ζ_1): 2 kere yazı gelmesi

Olay 2 (ζ_2): Madeni paranın 2 farklı yüzünün gelmesi

Deney B (E_B) : 2 tane zarı atalım.

Deney (Experiment) ve Olay (Event)

Deney A (E_A) : Bir madeni parayı iki kere atalım.
Olay 1 (ζ_1): 2 kere yazı gelmesi
Olay 2 (ζ_2): Madeni paranın 2 farklı yüzünün gelmesi

Deney B (E_B) : 2 tane zarı atalım.
Olay 1 (ζ_1): Zarların toplamının altı olması

Deney (Experiment) ve Olay (Event)

Deney A (E_A) : Bir madeni parayı iki kere atalım.
Olay 1 (ζ_1): 2 kere yazı gelmesi
Olay 2 (ζ_2): Madeni paranın 2 farklı yüzünün gelmesi

Deney B (E_B) : 2 tane zarı atalım.
Olay 1 (ζ_1): Zarların toplamının altı olması
Olay 2 (ζ_2): İki zarın da çift gelmesi

Deney (Experiment) ve Olay (Event)

Deney A (E_A) : Bir madeni parayı iki kere atalım.

Olay 1 (ζ_1): 2 kere yazı gelmesi

Olay 2 (ζ_2): Madeni paranın 2 farklı yüzünün gelmesi

Deney B (E_B) : 2 tane zarı atalım.

Olay 1 (ζ_1): Zarların toplamının altı olması

Olay 2 (ζ_2): İki zarın da çift gelmesi

Örnek Uzay

Bir deneyin olası tüm sonuçlarının kümesine örnek uzay denir ve S ile gösterilir.

Örnek Uzay

Bir deneyin olası tüm sonuçlarının kümesine örnek uzay denir ve S ile gösterilir.

- Bir zar attınız. S nedir?

Örnek Uzay

Bir deneyin olası tüm sonuçlarının kümesine örnek uzay denir ve S ile gösterilir.

- Bir zar attınız. S nedir?
  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Üç madeni parayı attınız. S nedir?

Örnek Uzay

Bir deneyin olası tüm sonuçlarının kümesine örnek uzay denir ve S ile gösterilir.

- Bir zar attınız. S nedir?
  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Üç madeni parayı attınız. S nedir?
  $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$

Örnek Uzay

Bir deneyin olası tüm sonuçlarının kümesine örnek uzay denir ve S ile gösterilir.

- Bir zar attınız. S nedir?
  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Üç madeni parayı attınız. S nedir?
  $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$
- Fotoelektrik bir yüzey, üzerine gelen elektronları sayar. Herhangi bir andaki elektron sayısı ne olabilir? S nedir?

Örnek Uzay

Bir deneyin olası tüm sonuçlarının kümesine örnek uzay denir ve S ile gösterilir.

- Bir zar attınız. S nedir?
  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Üç madeni parayı attınız. S nedir?
  $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$
- Fotoelektrik bir yüzey, üzerine gelen elektronları sayar. Herhangi bir andaki elektron sayısı ne olabilir? S nedir?
  $S = \{0, \inf\}$

Örnek Uzay

Bir deneyin olası tüm sonuçlarının kümesine örnek uzay denir ve S ile gösterilir.

- Bir zar attınız. S nedir?
  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Üç madeni parayı attınız. S nedir?
  $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$
- Fotoelektrik bir yüzey, üzerine gelen elektronları sayar. Herhangi bir andaki elektron sayısı ne olabilir? S nedir?
  $S = \{0, \inf\}$
- Bir T süresi boyunca bir bilgisayar diğer bilgisayara N bit veri aktarmaktadır (1 ve 0 lardan oluşan bir dizi). Gönderilen veri nedir?

Örnek Uzay

Bir deneyin olası tüm sonuçlarının kümesine örnek uzay denir ve S ile gösterilir.

- Bir zar attınız. S nedir?
  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Üç madeni parayı attınız. S nedir?
  $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$
- Fotoelektrik bir yüzey, üzerine gelen elektronları sayar. Herhangi bir andaki elektron sayısı ne olabilir? S nedir?
  $S = \{0, \inf\}$
- Bir T süresi boyunca bir bilgisayar diğer bilgisayara N bit veri aktarmaktadır (1 ve 0 lardan oluşan bir dizi). Gönderilen veri nedir?
  2^N farklı diziden bir tanesi olabilir.

Kümeler ve Örnek Uzay

Olasılığı daha somut olarak tanımlayabilmemiz için bazı matematiksel kavramları tanıtmamız gerekir.

Kümeler ve Örnek Uzay

Olasılığı daha somut olarak tanımlayabilmemiz için bazı matematiksel kavramları tanıtmamız gerekir.

- Elemanları iyi tanımlanmış, birbirinden farklı objeleri barındıran topluluğa **küme** denir.

Kümeler ve Örnek Uzay

Olasılığı daha somut olarak tanımlayabilmemiz için bazı matematiksel kavramları tanıtmamız gerekir.

- Elemanları iyi tanımlanmış, birbirinden farklı objeleri barındıran topluluğa **küme** denir.
    - Bu sınıftaki insanlar, üyeleri öğretim üyesi ve öğrenciler olan bir kümedir.
    - Rakamlar, elemanı $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ olan kümedir.
- Bir x objesi S kümesi içerisindeyse, o kümenin elemanıdır ve $x \in S$ şeklinde gösterilir.

Kümeler ve Örnek Uzay

Olasılığı daha somut olarak tanımlayabilmemiz için bazı matematiksel kavramları tanıtmamız gerekir.

- Elemanları iyi tanımlanmış, birbirinden farklı objeleri barındıran topluluğa **küme** denir.
    - Bu sınıftaki insanlar, üyeleri öğretim üyesi ve öğrenciler olan bir kümedir.
    - Rakamlar, elemanı $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ olan kümedir.
- Bir x objesi S kümesi içerisindeyse, o kümenin elemanıdır ve $x \in S$ şeklinde gösterilir.
- Eğer bir kümenin hiç elemanı yoksa boş kümedir ve $\varnothing$ şeklinde gösterilir.

Kümeler ve Örnek Uzay

Olasılığı daha somut olarak tanımlayabilmemiz için bazı matematiksel kavramları tanıtmamız gerekir.

- Elemanları iyi tanımlanmış, birbirinden farklı objeleri barındıran topluluğa **küme** denir.
  - Bu sınıftaki insanlar, üyeleri öğretim üyesi ve öğrenciler olan bir kümedir.
  - Rakamlar, elemanı $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ olan kümedir.
- Bir x objesi S kümesi içerisindeyse, o kümenin elemanıdır ve $x \in S$ şeklinde gösterilir.
- Eğer bir kümenin hiç elemanı yoksa boş kümedir ve $\varnothing$ şeklinde gösterilir.
- Eğer bir küme olası tüm elemanları içeriyorsa evrensel kümedir ve Ω ile gösterilir.

Kümeler

- Bir küme sonlu (örn. sınıftaki öğrenciler) ya da sonsuz (örn. reel sayılar) olabilir.

Kümeler

- Bir küme sonlu (örn. sınıftaki öğrenciler) ya da sonsuz (örn. reel sayılar) olabilir.
  - Ana renkler kümesi nasıl bir kümedir?

Kümeler

- Bir küme sonlu (örn. sınıftaki öğrenciler) ya da sonsuz (örn. reel sayılar) olabilir.
  - Ana renkler kümesi nasıl bir kümedir?
    $R = \{\text{kırmızı, yeşil, mavi }\} \rightarrow$ sonlu
  - Sonsuz bir kümenin elemanları numaralandırılabiliyorsa, o küme sayılabilir bir kümedir.

Kümeler

- Bir küme sonlu (örn. sınıftaki öğrenciler) ya da sonsuz (örn. reel sayılar) olabilir.
  - Ana renkler kümesi nasıl bir kümedir?
    $R = \{$kırmızı, yeşil, mavi $\} \rightarrow$ sonlu
  - Sonsuz bir kümenin elemanları numaralandırılabiliyorsa, o küme sayılabilir bir kümedir.
    - Pozitif sayılar kümesi ($\{1, 2, 3, \ldots\}$)

Kümeler

- Bir küme sonlu (örn. sınıftaki öğrenciler) ya da sonsuz (örn. reel sayılar) olabilir.
  - Ana renkler kümesi nasıl bir kümedir?
    $R = \{$kırmızı, yeşil, mavi $\} \rightarrow$ sonlu
  - Sonsuz bir kümenin elemanları numaralandırılabiliyorsa, o küme sayılabilir bir kümedir.
    - Pozitif sayılar kümesi ($\{1, 2, 3, \ldots\}$)
  - Eğer bir kümenin elemanları numaralandırlamıyorsa, o küme sayılamaz bir kümedir.

Kümeler

- Bir küme sonlu (örn. sınıftaki öğrenciler) ya da sonsuz (örn. reel sayılar) olabilir.
  - Ana renkler kümesi nasıl bir kümedir?
    $R = \{$kırmızı, yeşil, mavi $\} \rightarrow$ sonlu
  - Sonsuz bir kümenin elemanları numaralandırılabiliyorsa, o küme sayılabilir bir kümedir.
    - Pozitif sayılar kümesi ($\{1, 2, 3, \ldots\}$)
  - Eğer bir kümenin elemanları numaralandırlamıyorsa, o küme sayılamaz bir kümedir.
    - reel sayılar
- Bir kümeyi elemanları cinsinden ifade etmek için süslü parantez kullanılır.

Kümeler

- Bir küme sonlu (örn. sınıftaki öğrenciler) ya da sonsuz (örn. reel sayılar) olabilir.
  - Ana renkler kümesi nasıl bir kümedir?
    $R = \{$kırmızı, yeşil, mavi $\} \rightarrow$ sonlu
  - Sonsuz bir kümenin elemanları numaralandırılabiliyorsa, o küme sayılabilir bir kümedir.
    - Pozitif sayılar kümesi ($\{1, 2, 3, \ldots\}$)
  - Eğer bir kümenin elemanları numaralandırlamıyorsa, o küme sayılamaz bir kümedir.
    - reel sayılar
- Bir kümeyi elemanları cinsinden ifade etmek için süslü parantez kullanılır.
  - Bir zar atma deneyinin örnek uzayı $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Küme İşlemleri

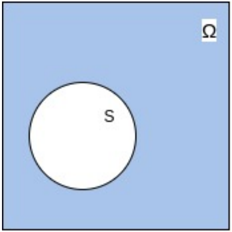
- Evrensel küme Ω bizim ilgilendiğimiz tüm objeleri içersin.
- S kümesinin evrensel kümeye tümleyeni S^C, Ω kümesinde olan fakat S de olmayan tüm elemanları içeren kümedir.

Küme İşlemleri

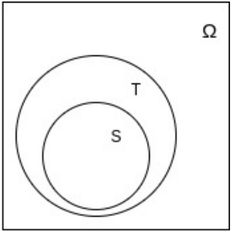
- Evrensel küme Ω bizim ilgilendiğimiz tüm objeleri içersin.
- S kümesinin evrensel kümeye tümleyeni S^C, Ω kümesinde olan fakat S de olmayan tüm elemanları içeren kümedir.
- $S \subseteq T \rightarrow S$'in tüm elemanları aynı zamanda T kümesinin de elemanlarıdır.

Küme İşlemleri

- Evrensel küme Ω bizim ilgilendiğimiz tüm objeleri içersin.
- S kümesinin evrensel kümeye tümleyeni S^C, Ω kümesinde olan fakat S de olmayan tüm elemanları içeren kümedir.
- $S \subseteq T \rightarrow S$'in tüm elemanları aynı zamanda T kümesinin de elemanlarıdır.
- $S \subseteq T$ ve $T \subseteq S$ ise ancak ve ancak $S = T$ ise mümkündür.



Mavi alan S^C



Küme İşlemleri

- **Birleşme Kümesi:** Elemanları S ya da T kümesinde yer alan (her ikisinde de yer alabilir) kümedir.
  $S \cup T = \{x | x \in S \quad veya \quad x \in T\}$

Küme İşlemleri

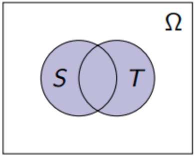
- **Birleşme Kümesi:** Elemanları S ya da T kümesinde yer alan (her ikisinde de yer alabilir) kümedir.
  $S \cup T = \{x | x \in S \quad veya \quad x \in T\}$
- **Kesişim Kümesi:** Elemanları hem S hem de T kümesinde yer alan kümedir.
  $S \cap T = \{x | x \in S \quad ve \quad x \in T\}$

Küme İşlemleri

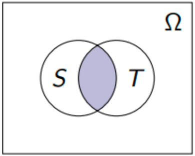
- **Birleşme Kümesi:** Elemanları S ya da T kümesinde yer alan (her ikisinde de yer alabilir) kümedir.
  $S \cup T = \{x | x \in S \quad veya \quad x \in T\}$
- **Kesişim Kümesi:** Elemanları hem S hem de T kümesinde yer alan kümedir.
  $S \cap T = \{x | x \in S \quad ve \quad x \in T\}$
- **Fark Kümesi:** Elemanları S kümesinde olup T kümesinde yer almayan kümedir.
  $S \setminus T = \{x | x \in S \quad ve \quad x \notin T\}$

Küme İşlemleri

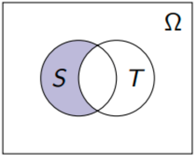
- **Birleşme Kümesi:** Elemanları S ya da T kümesinde yer alan (her ikisinde de yer alabilir) kümedir.
  $S \cup T = \{x | x \in S \quad veya \quad x \in T\}$
- **Kesişim Kümesi:** Elemanları hem S hem de T kümesinde yer alan kümedir.
  $S \cap T = \{x | x \in S \quad ve \quad x \in T\}$
- **Fark Kümesi:** Elemanları S kümesinde olup T kümesinde yer almayan kümedir.
  $S \setminus T = \{x | x \in S \quad ve \quad x \notin T\}$



$S \cup T$



$S \cap T$



$S \setminus T = S \cap T^c$

Küme İşlemleri

- Kesişim ve birleşim işlemlerini bir çok kümeye genişletebiliriz. (Hatta sonsuz sayıda kümeye)

$$\cup_{i=1}^{n} S_i = S_1 \cup S_2 \cup \ldots S_n = \{x | x \in S \quad bazı \quad 1 \leq i \leq n\}$$
$$\cap_{i=1}^{n} S_i = S_1 \cap S_2 \cap \ldots S_n = \{x | x \in S \quad tum \quad 1 \leq i \leq n\}$$

Küme İşlemleri

- Kesişim ve birleşim işlemlerini bir çok kümeye genişletebiliriz. (Hatta sonsuz sayıda kümeye)

$$\cup_{i=1}^{n} S_i = S_1 \cup S_2 \cup \ldots S_n = \{x | x \in S \quad bazı \quad 1 \leq i \leq n\}$$
$$\cap_{i=1}^{n} S_i = S_1 \cap S_2 \cap \ldots S_n = \{x | x \in S \quad tum \quad 1 \leq i \leq n\}$$

- Eğer iki kümenin kesimi boş küme ise o kümelere **ayrık** kümeler denir.

Küme İşlemleri

- Kesişim ve birleşim işlemlerini bir çok kümeye genişletebiliriz. (Hatta sonsuz sayıda kümeye)

$$\cup_{i=1}^{n} S_i = S_1 \cup S_2 \cup \ldots S_n = \{x | x \in S \quad bazı \quad 1 \leq i \leq n\}$$
$$\cap_{i=1}^{n} S_i = S_1 \cap S_2 \cap \ldots S_n = \{x | x \in S \quad tum \quad 1 \leq i \leq n\}$$

- Eğer iki kümenin kesimi boş küme ise o kümelere **ayrık** kümeler denir.
- Eğer ayrık kümelerin birleşimi S kümesini veriyor ise bu kümelere S'in bölüntüleri (partition) denir.